

Septiembre - 2018.

Calcular

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 + an + 1} - \sqrt{n^2 + bn - 1} \underset{\text{F.C.}}{=} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{\frac{n^2 + an + 1}{n^2 + bn - 1}} - 1 \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\underbrace{\sqrt{\frac{n^2 + an + 1}{n^2 + bn - 1}} - 1}_{\text{}} \right) =$$

$$\text{Como } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{n^2 + an + 1}{n^2 + bn - 1}} = 1 \text{ entonces } \ln \sqrt{\frac{n^2 + an + 1}{n^2 + bn - 1}} \sim \sqrt{\frac{n^2 + an + 1}{n^2 + bn - 1}} - 1$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \ln \left(\sqrt{\frac{n^2 + an + 1}{n^2 + bn - 1}} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \ln \left(\frac{n^2 + an + 1}{n^2 + bn - 1} \right)^{1/2} \underset{\text{p. logaritmos}}{=} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \cdot \ln \left(\frac{n^2 + an + 1}{n^2 + bn - 1} \right) =$$

(lo aplicamos en esta dirección)

$$\text{Como } \lim_{n \rightarrow \infty} \{an\} = 1 \Rightarrow \ln \{an\} \sim \{an\} - 1$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \left(\frac{n^2 + an + 1}{n^2 + bn - 1} - 1 \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\cancel{n^2} + an + 1 - \cancel{n^2} - bn + 1}{n^2 + bn - 1} \right) =$$

(Ahora lo aplicamos en esta dirección) (siendo $\{an\} = \frac{n^2 + an + 1}{n^2 + bn - 1}$)

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{(a-b)n + 2}{n^2 + bn - 1} \right) = \frac{1}{2} \cdot 0 = 0 \leq$$