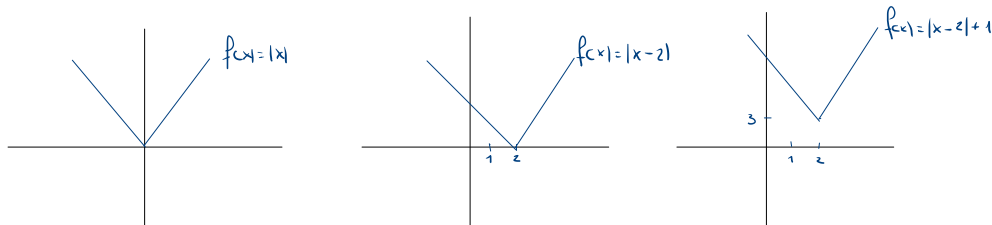


Sea $f(x) = |x-2|+1$ se pide:

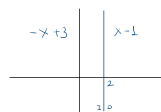
- Dibujar $f(x)$ a partir de $f(x) = |x|$
- Estudiar la continuidad de $f(x)$
- Estudiar la derivabilidad de $f(x)$ (Aplicando la definición)

a)



b) Definimos $f(x)$:

$$f(x) = \begin{cases} -x+3 & \text{si } x < 2 \\ x-1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$



Estudiamos continuidad en $x=2$

$$\begin{aligned} \bullet f(2) &= 1 \\ \bullet \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} (x-1) = 1 \\ \bullet \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} (-x+3) = 1 \end{aligned} \quad \left\| \begin{aligned} \text{Como } f(2) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1 \\ \text{Entonces } f(x) &\text{ es continua en } x=2 \\ \text{y por tanto } f(x) &\text{ es continua en todo } \mathbb{R}. \end{aligned} \right.$$

c) Estudiamos la derivabilidad en $x=2$

$$\begin{aligned} \bullet f'(2^+) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} \stackrel{f(x)=x-1}{=} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2+h-1-1}{h} = 1 \\ \bullet f'(2^-) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} \stackrel{f(x)=-x+3}{=} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-(2+h)+3-1}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h}{h} = -1 \end{aligned} \quad \left\| \begin{aligned} \text{Como } f'(2^+) &\neq f'(2^-) \\ \text{Entonces } f(x) &\text{ no es derivable.} \end{aligned} \right.$$