$$\int \frac{p(x)}{q(x)}\,dx$$

Si p(x) > q(x) entonces dividimos
Si q(x) < q(x) entonces descomponemos en fracciones simples

RAÍCES SIMPLES

$$\int \frac{(x+2)}{x^2-2x-15}\,dx = \int \frac{A}{(x-5)}\,dx + \int \frac{B}{(x+3)}\,dx$$

$x^2-2x-15=0$ tiene por solución 2 raíces simples $x=5$; $x=-3$ Por tanto, $(x-5)\cdot(x+3) = x^2-2x-15$

$x=5$; $x=-3$

RAICES MÚLTIPLES

$$\int \frac{2x+1}{x^3-6x^2+12-8}\,dx = \int \frac{A}{(x-2)}\,dx + \int \frac{B}{(x-2)^2}\,dx + \int \frac{C}{(x-2)^3}\,dx$$

$x^3-6x^2+12-8=0$ tiene como solución raíz triple $x=2$ por tanto $(x-2)^3 = x^3-6x^2+12-8$

RAICES SIMPLES Y MÚLTIPLES

$$\int \frac{4x}{x^3-x^2-x+1}\,dx = \int \frac{A}{(x+1)}\,dx + \int \frac{B}{(x-1)}\,dx + \int \frac{C}{(x-1)^2}\,dx$$

$x^3-x^2-x+1=0$ tiene como solución raíz simple $x=-1$ y solución doble $x=1$ Por tanto $(x+1)(x-1)^2 = x^3-x^2-x+1$

$$\int \frac{4x}{x^2(x-1)}\,dx = \int \frac{A}{x}\,dx + \int \frac{B}{x^2}\,dx + \int \frac{C}{x-1}\,dx$$

Recuerda esto es $\underbrace{(x-0)}^{1}$

↑ Miramos el grado de dentro del paréntesis para colocar el numerador.

Sus raíces son $x=0$ solución doble.
$x=1$ solución simple.

RAICES SIMPLES, MÚLTIMPLES Y EXPRESIÓN IRREDUCIBLE (COMPLEJA)

$$\int \frac{2x^2-x+4}{x^3+4x}\,dx = \int \frac{A}{x}\,dx + \int \frac{Bx+}{(x^2+4)}\,dx$$

$x^3+4x=0$ | $x=0$ (raíz simple)

$x(x^2+4)=0$ | $(x^2+4)^1=0$ (Irreducible, ya que son raíces complejas).

Nota: No hay que aplicar Hermite, ya que tenemos la fracción irreducible "elevada a 1"

$$\int \frac{2x^2-x+4}{x^4+4x^2}\,dx = \int \frac{A}{x}\,dx + \int \frac{B}{\underbrace{x^2}_{\text{Recuerda } (x-0)^2}}\,dx + \int \frac{Cx+D}{\underbrace{(x^2+4)^1}_{\text{grado 2 arriba un grado menos}}}\,dx$$

$x^4+4x^2=0$ | $x=0$ (raíz doble)

$x^2(x^2+4)=0$ | $x^2+4=0$ (Irreducible)

Recuerda $(x-0)^2$ ↑ grado 1 arriba un grado menos

RAICES SIMPLES, MÚLTIMPLES Y EXPRESIÓN IRREDUCIBLE (COMPLEJA) MÉTODO HERMITE

$$\int \frac{6x^3}{x^4+8x^2+16}\,dx = \frac{Ax+B}{(x^2+4)} + \int \frac{Cx+D}{(x^2+4)}\,dx$$

$x^4+8x^2+16=(x^2+4)^2$ (Raíces complejas. aplicamos Hermite)

$$\int \frac{2x+3}{(x^2+1)^3}\,dx = \frac{Ax^3+Bx^2+Cx+D}{\underbrace{(x^2-1)^2}_{\text{Recuerda, aquí tengo grado 4.}}} + \int \frac{Ex+F}{(x^2-1)}\,dx$$

$$\int \frac{dx}{x^3(x+1)^2} = \frac{Ax+B}{x^2} + \frac{C}{(x-1)} + \int \frac{D}{x}\,dx + \int \frac{E}{(x-1)}\,dx$$

Nota: tb es válido juntar "todo lo que sobra" en una sola fracción, es decir:

$$\frac{Ax^2+Bx+C}{\underbrace{x^2(x-1)}_{\text{Ahora aquí hay grado 3.}}} + \int \frac{D}{x}\,dx + \int \frac{E}{(x-1)}\,dx$$