# Integrales del tipo $\int R(\operatorname{sen} x \ \cos x)\,\mathrm{d}x$

Las funciones del tipo $R(\operatorname{sen} x \ \cos x)\,\mathrm{d}x$ son funciones racionales en las que todas las apariciones de x son sustituidas por $\operatorname{sen} x$ o bien por $\cos x$.

Dependiendo de la paridad de $R(\operatorname{sen} x \cos x)$ se aplicará la sustitución:

1. Si $R(\operatorname{sen} x, -\cos x) = -R(\operatorname{sen} x, \cos x)$, se usará la sustitución $\boxed{t = \operatorname{sen} x.}$ (Impar en coseno)

2. Si $R(-\operatorname{sen} x, \cos x) = -R(\operatorname{sen} x, \cos x)$, se usará la sustitución $\boxed{t = \cos x.}$ (Impar en seno)

3. Si $R(-\operatorname{sen} x, -\cos x) = R(\operatorname{sen} x, \cos x)$, se usará la sustitución

$$\boxed{t = \operatorname{tg} x. \quad \mathrm{d}x = \frac{\mathrm{d}t}{1+t^2} \qquad sen^2 x = \frac{t^2}{1+t^2} \qquad \cos^2 x = \frac{1}{1+t^2}}$$

(Par en seno y coseno)

4. En otro caso, y como último recurso la sustitución

$$\boxed{t = \operatorname{tg}(x/2) \quad \mathrm{d}x = \frac{2\,\mathrm{d}t}{1+t^2} \qquad \operatorname{sen} x = \frac{2t}{1+t^2} \qquad \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}}$$

En cualquier otro caso.

# FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS (CASO PARTICULAR DE INTEGRALES RACIONALES TRIGONOMÉTRICAS)

## Integrales del tipo $\int \operatorname{sen}^n x \cos^m x \, dx$

**Si n es impar, entonces t = cosx**

**Si n es par y m impar, entonces t = senx**

**Si n y m pares, entonces relaciones trigonométricas**

$$\operatorname{sen}^2(ax) = \frac{1-\cos(2ax)}{2} \qquad \cos^2(ax) = \frac{1+\cos(2ax)}{2}$$

## Integrales del tipo $\int \operatorname{sen}(mx)\cos(nx)\, dx$

Para resolver este tipo de integrales, es conveniente recordar las siguientes fórmulas:

$$\operatorname{sen}(mx)\ \operatorname{sen}(nx) = \frac{\cos(m-n)x - \cos(m+n)x}{2}$$

$$\operatorname{sen}(mx)\ \cos(nx) = \frac{\operatorname{sen}(m-n)x + \operatorname{sen}(m+n)x}{2}$$

$$\cos(mx)\ \cos(nx) = \frac{\cos(m-n)x + \cos(m+n)x}{2}$$