Teorema (Criterio de condensación de Cauchy)

Sea $\{a_n\}$ una sucesión decreciente de términos no negativos. Entonces:

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ es convergente } \Leftrightarrow \sum_{n=1}^{\infty} 2^n a_{2^n} \text{ es convergente}$$

Teorema (Criterio de comparación directa)

Sean $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ y $\sum\limits_{n=0}^{\infty} b_n$ dos series tales que $0 < a_n \leq b_n \quad \forall n \in N$.

1. *Si $\sum\limits_{n=0}^{\infty} b_n$ converge entonces $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ converge.*
2. *Si $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge entonces $\sum\limits_{n=0}^{\infty} b_n$ diverge.*

Teorema (Criterio de comparación en el límite)

Sean $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ y $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ dos series de términos no negativos tales que $b_n \neq 0 \ \ \forall\, n$ suficientemente grande, y que $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n} = \ell > 0$. Entonces las dos series tienen el mismo carácter.

Teorema (Criterio del cociente) **(útil en potencias, factoriales o secuencias)**

Consideremos una serie de términos positivos $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, y supongamos que se verifica que $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_{n+1}}{a_n} = \ell$.

1. *Si $\ell < 1$ entonces la serie converge.*
2. *Si $\ell > 1$ entonces la serie diverge.*
3. *Si $\ell = 1$ entonces no se obtiene información.*

Teorema (Criterio de la raíz)

Sea $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ *una serie tal que* $a_n > 0$ *para* n *suficientemente grande, y sea* $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \ell$.

1. *Si* $\ell < 1$ *entonces la serie converge.*
2. *Si* $\ell > 1$ *entonces la serie diverge.*
3. *Si* $\ell = 1$ *entonces no se obtiene información.*

Teorema (Criterio de Raabe) **(Cuando c. raíz y criterio cociente arrojan Lim a_n = 1)**

Consideremos una serie de términos positivos $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, *y supongamos que se verifica que* $\lim_{n\to\infty} n \cdot \left(1 - \frac{a_{n+1}}{a_n}\right) = \ell$.

1. *Si* $\ell > 1$ *entonces a serie converge.*
2. *Si* $\ell < 1$ *entonces la serie diverge.*
3. *Si* $\ell = 1$ *entonces no se obtiene información.*

Teorema (Criterio de Pringsheim)

Consideremos una serie de términos positivos $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, *y supongamos que se verifica que* $\lim_{n\to\infty} n^c \cdot a_n \neq 0$.

1. *Si* $c > 1$ *entonces la serie converge.*
2. *Si* $c \leq 1$ *entonces la serie diverge.*