

Calcular $\iint_D e^{\sqrt{x^2+y^2}} dA$ siendo D la región limitada por

$x^2+y^2 \leq 4$; $x^2+y^2 \geq 1$; $y=x$ donde el área está en contacto con el eje de abscisas.

Cambio a coordenadas polares:

$$\begin{cases} x = r \cos t \\ y = r \sin t \end{cases} \quad \begin{matrix} r \in [1, 2] \\ t \in [0, \pi/4] \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} \bullet \text{ } f \circ \gamma &= f(r \cos t, r \sin t) = e^{\sqrt{(r \cos t)^2 + (r \sin t)^2}} = e^{\sqrt{r^2 \cos^2 t + r^2 \sin^2 t}} \\ &= e^{\sqrt{r^2 (\cancel{\cos^2 t} + \cancel{\sin^2 t})}} = e^{\sqrt{r^2}} = e^r \end{aligned}$$

• determinante jacobiano de 1 circunferencia = r

Por tanto:

$$\int_0^{\pi/4} \int_1^2 r \cdot e^r dr dt = \underset{\substack{\uparrow \\ (\text{partes})}}{\frac{e^2 \cdot \pi}{4}}$$

