

(0,5) 1. Cálcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x}(1 - \cos x)}{x \cdot \sin x}$

(SOBRE 11 puntos)

(1) 2. Calcula $\frac{4}{\sqrt[3]{e^x}}$ con un error menor de 10^{-2}

(1) 3. Halla los valores máximos y mínimos de $f(x, y) = 1 - x^2 - y^2$ sujeto a la restricción $x + y = 1$ con $x \geq 0$ e $y \geq 0$

4. Sea $f(x, y) = \begin{cases} \frac{3xy}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

(0,5) a.) Demuestra que $f(x, y)$ no es continua
 (0,25) b.) ¿Es diferenciable? Justifica tu respuesta

5. Sea $f(x, y) = \begin{cases} \frac{4x^3}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

a.) Estudia la continuidad (0,25)
 b.) Estudia las derivadas parciales (0,25)
 c.) Estudia la diferenciabilidad (0,5)
 d.) Estudia las derivadas direcciones en cualquier dirección. (0,5)
 e.) Estudia la derivada direccional en la dirección $(1, -1)$ (0,25)

6. Sea el volumen generado al girar la región comprendida entre la parábola $X = y^2 + 1$ y la recta $x=3$ alrededor de la recta $x=3$

(0,5) a.) Plantea (sin solucionar) el volumen de dicha figura por el método de los discos

(0,5) b.) Plantea (sin solucionar) el volumen de dicha figura por el método de las capas

7. Sea $\iint_R f(xy) dA$ siendo R la región comprendida entre $f(x)=x^4$ y $g(x)=x^5$

(0,5) a.) Plantea (sin solucionar) dicha integral doble en un dominio tipo I

(0,5) b.) Plantea (sin solucionar) dicha integral doble en un dominio tipo II

(1) 8. Calcula $\int_C (xy + e^{x^2}) dx + (x^2 - \ln(1+y)) dy$

siendo C la curva del primer cuadrante, con orientación positiva formada por la región limitada por

$$x^2 + y^2 = 1 \quad y \quad x^2 + y^2 = 9. \quad (\text{Resolver hasta el final})$$

(0,75) 9. Sea $I = \int_C (2xy) dx - (1-x^2) dy$ siendo $C: x^2 + y^2 - 2x + 4y + 3 = 0$

¿Es cierta la siguiente afirmación? "El valor de I es cero". (justifica tu respuesta con los mínimos cálculos posibles)

(1,25) 10. Resuelve el siguiente problema de Cauchy $\begin{cases} xy' + 2y = \sin x \\ y(\pi/2) = 0 \end{cases}$

11. Estudia el carácter de las siguientes series:

(0,5) a.) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{n^n}$

(0,5) b.) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{(n+1)!} (x-2)^n$